

**TABLEAU DES LETTRES GRECQUES
EMPLOYÉES DANS LES FIGURES ET DANS LE TEXTE**

CARACTÈRES	VALEUR	APPELLATION	CARACTÈRES	VALEUR	APPELLATION
Α α	a	alpha	Ξ ξ	x, cs, gs	xi
Β β β	b	bêta	Ο ο	o (<i>bref</i>)	omicronn
Γ γ	g (<i>dur</i>)	gamma	Π π	p	pi
Δ δ	d	delta	Ρ ρ	r	rô
Ε ε	e (<i>bref</i>)	epsilonn	Σ σ, ς	s, ς (<i>dur</i>)	sigma
Ζ ζ	dz, ds	dzêta	Τ τ	t (<i>dur</i>)	tau
Η η	ê (<i>long</i>)	êta	Υ υ	y, u (<i>bref</i>)	upsilonn
Θ θ θ	th	thêta	Φ φ	ph, f	phi
Ι ι	i	iôta	Χ χ	ch, kh	khi
Κ κ	c, k	kappa	Ψ ψ	ps, bs	psi
Λ λ	l	lambda	Ω ω	ô (<i>long</i>)	oméga
Μ μ	m	mu	Ϛ ϛ		kophe
Ν ν	n	nu	Ϙ ϙ		sampi

PAPPUS D'ALEXANDRIE

FRAGMENT DU LIVRE II DE LA COLLECTION ⁽¹⁾

PROPOSITION 14. — ⁽²⁾

En effet, que ceux-ci ⁽³⁾ soient plus petits qu'une centaine et divisibles par une dizaine, et qu'il faille exprimer le nombre solide ⁽⁴⁾ résultant de ces nombres sans les multiplier eux-mêmes.

Soient donc les nombres 50, 50, 50, 40, 40, 30. Leurs nombres fondamentaux ⁽⁵⁾ seront dès lors, 5, 5, 5, 4, 4, 3. Le nombre solide qui en résulte est donc 6000 unités. Et puisque la quantité des dizaines est 6 ⁽⁶⁾, laquelle, divisée par 4, laisse 2 ⁽⁷⁾, le nombre solide issu de ces dizaines sera 100 myriades simples ⁽⁸⁾. De plus,

1. Le livre I de la *Collection mathématique* de Pappus paraît irrémédiablement perdu en grec ; mais l'espoir d'en découvrir un jour une version arabe ne doit cependant pas être abandonné.

2. Le fragment du livre II qui nous est parvenu débute au milieu de la proposition 14. Cette proposition, et celles qui vont suivre, sont des commentaires sur les écrits perdus d'Apollonius de Perge sur la théorie des nombres, et notamment sur les procédés de multiplication des grands nombres.

3. Sous-entendu : ἀριθμοί, c'est-à-dire les nombres dont il a été question dans la première partie perdue de la proposition 14.

4. στερεόν, le (nombre) solide, c'est-à-dire le produit continu de plusieurs nombres.

5. πυθμήν, la base, le fondement, c'est-à-dire le nombre fondamental ; expression que Paul Tannery rend par le néologisme « pythmène » pour désigner le plus petit nombre qui possède une propriété donnée. Le mot affecte cependant dans certains cas une autre acceptation qui remonte aux pythagoriciens : celle de reste de la division d'un nombre par 9.

6. C'est-à-dire les six dizaines 10, 10, 10, 10, 10, 10, considérées dans les six nombres proposés.

7. μετρούμενον ὑπὸ τετραδος λείπει δύο, mesuré (divisé) par 4, laisse 2, c'est-à-dire que 6 divisé par 4 donne 1 comme quotient et 2 comme reste.

8. μυριάδων ἀπλῶν ἑκατόν, cent myriades simples, c'est-à-dire 100 myriades à la première puissance ; de sorte que la quantité des 6 dizaines considérées donne : $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100 \times 10,000 = 100$ myriades.

puisque le nombre solide résultant des dizaines multiplié par le nombre solide issu des nombres fondamentaux forme le nombre solide issu des nombres du début, il s'ensuit que 100 myriades multipliées par 6000 unités forment 60 myriades doublées ⁽¹⁾ ; de sorte que le nombre solide résultant des nombres 50, 50, 50, 40, 40, 30 est 60 myriades doublées.

XV.

PROPOSITION 15. — Soient de nouveau des nombres, tant qu'on voudra, notamment les nombres B ⁽²⁾, respectivement plus petits que 1000, divisibles par 100, et qu'il faille exprimer le nombre solide qui en résulte sans multiplier ces nombres mêmes.

Que ⁽³⁾ le double de la quantité de ces nombres soit, en outre, d'abord divisible par 4, et posons une centaine sous chacun des nombres B. Dès lors, chacun des nombres B étant divisé par une centaine, que l'on obtienne les nombres Γ. Les nombres Γ sont donc les fondamentaux des nombres B. D'autre part, soit E le nombre solide issu de ces nombres fondamentaux [c'est-à-dire 120 unités] ⁽⁴⁾. En conséquence, on démontrera au moyen de lignes ⁽⁵⁾ que le nombre solide formé par les nombres B est 120 myriades doublées ⁽⁶⁾, parce que le nombre solide formé par les nombres B est aussi égal au nombre solide formé au moyen des centaines multipliées par le nombre solide issu des nombres

1. μυριάδας ξ' διπλᾶς, 60 myriades doublées, c'est-à-dire 60 myriades à la seconde puissance, ou $60 \times 10,000^2 = 6.000.000.000$.

2. Le nombre B désigne ici une série de nombres concrets envisagés dans une proposition de l'ouvrage perdu d'Apollonius sur la multiplication des grands nombres.

3. D'après Hultsch, le texte présenterait une lacune qu'il propose de combler par le mot γεγονέτω, que ce soit (chose) obtenue. (*Pappi Alexandrini collectionis quae superunt, e libris manu scriptis edidit, latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch. Berolini, apud Weidmannos, 1875-1878, 3 vol. in-8°.* Voir vol. I, p. 2, l. 18).

4. La phrase que nous mettons entre crochets a probablement été interpolée ; c'est une remarque de scoliaste basée sur le nombre que le texte mentionne plus loin. (Cfr. HULTSCH, édit. mentionnée dans la note précédente, vol. I, p. 4, l. 3).

5. C'est-à-dire au moyen des lignes représentatives des nombres utilisées dans les démonstrations de l'ouvrage perdu d'Apollonius.

6. C'est-à-dire : 120×10.000^2 , ou 12.000.000.000.

fondamentaux, c'est-à-dire à 1 myriade doublée multipliée par 120 unités (1).

Mais, que le double de la quantité des nombres B ne soit pas divisible par 4. Dès lors, le dividende laissera nécessairement deux unités (2), car cela a été démontré précédemment ; de sorte qu'il en sera de même pour le double de la quantité des centaines divisée par 4 (3). En conséquence, la quantité des centaines divisée par deux unités laissera une centaine. Dès lors, le nombre solide formé par les centaines sera 100 myriades dénommées par le nombre Z (4), c'est-à-dire doublées (5) ; de sorte qu'il est clair que le nombre formé par les nombres B est 100 myriades, dénommées par le nombre Z, multipliées par le nombre E [les 120 unités] (6) ; ce qui est 1 myriade et 2000 myriades doublées (7).

XVI.

PROPOSITION 16. — Soient deux nombres A, B. Posons d'une part le nombre A plus petit que 1000 unités et divisible par

1. Dans cet essai de généralisation, où Pappus désigne par des lettres les séries de nombres concrets envisagés dans une proposition d'Apollonius, le nombre concret mentionné ici permet de reconstituer ces séries d'Apollonius, comme l'a montré Wallis (*Iohannis Wallis operum mathematicorum*, Oxoniae, 1699, vol. III, pp. 597-610). En effet, dans le premier cas considéré, celui de la série dont le double de la quantité des nombres est divisible par 4, la série B sera : 200, 300, 400, 500 ; la série Γ sera donc : 2, 3, 4, 5, et le nombre solide E sera donc : $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$.

2. Si, dans la seconde hypothèse, la quantité des nombres de la série B est impaire, le double de cette quantité divisé par 4 donnera 2 comme reste, et le quotient indiquera la puissance de la myriade multipliant le produit continu des nombres fondamentaux de la série envisagée.

3. L'énoncé ayant posé que les nombres de la série B sont divisibles par 100, le double de la quantité impaire des centaines de la série B, divisé par 4, donnera aussi 2 comme reste.

4. ἔσται μυριάδων ρ' ὁμωνύμων τῷ Z, sera 100 myriades homonymes au (nombre) Z, c'est-à-dire 100 myriades élevées à une puissance ayant même nom que le nombre Z, ou ayant le quotient Z de la division comme indice.

5. C'est-à-dire au carré.

6. Les mots τὰς $\rho\chi'$ μονάδας sont considérés par Hultsch comme ayant été interpolés. (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 4, l. 17).

7. μυριάς μία δισχιλίας διπλῶν μυριάδων, c'est-à-dire 12000×10.000^2 . Dans le second cas considéré, celui dont le double de la quantité des nombres de la série B n'est pas divisible par 4, c'est-à-dire dans laquelle la quantité est impaire, la série B sera : 100, 200, 300, 400, 500 ; la série Γ sera 1, 2, 3, 4, 5, l'exposant Z de la myriade sera le quotient 2, et le nombre E sera : $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$.

100 unités, soit 500 unités et, d'autre part, le nombre B plus petit que 100 unités et divisible par 10 unités, soit 40 unités, et qu'il faille exprimer le nombre résultant de ces nombres sans les multiplier eux-mêmes.

La chose est manifeste en opérant par les nombres (1). En effet, 5 et 4 étant les nombres fondamentaux (2), si on les multiplie entre eux, ils forment 20 unités, et mille fois le nombre 20 forme 2 myriades ; ce qui constitue le produit des nombres A, B. Au reste, le procédé linéaire est manifeste d'après les choses démontrées par Apollonius (3).

XVII.

PROPOSITION 17. — Sur le théorème XVIII (4). Soit une quantité de nombres, notamment les nombres A (5), respectivement plus petits que 100 et divisibles par 10, et une autre quantité de nombres, notamment les nombres B, respectivement plus petits que 1000 et divisibles par 100, et qu'il faille exprimer le nombre solide résultant des nombres A et B sans les multiplier eux-mêmes.

En effet, que les nombres fondamentaux des nombres de A soient les nombres de H, c'est-à-dire 1, 2, 3 et 4 unités, et que les nombres fondamentaux de B soient les nombres Θ, c'est-à-dire 2, 3, 4 et 5 unités. Ayant pris le nombre solide des nombres fondamentaux (6), c'est-à-dire le nombre E, ou 2880 unités, que la quantité des nombres de A, augmentée du double de la quantité des nombres de B soit d'abord divisible par 4 (7), et Apollonius

1. C'est-à-dire en considérant les nombres eux-mêmes, et non pas leur représentation linéaire.

2. Le texte présente ici la petite interpolation $\mu\theta. \epsilon' \chi \alpha \iota \mu\theta. \delta'$ c'est-à-dire : 5 unités et 4 unités. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 6, l. 2).

3. Les démonstrations géométriques d'Apollonius en matière de nombres ne nous sont pas parvenues.

4. C'est-à-dire commentaire sur le théorème XVIII de l'ouvrage perdu d'Apollonius.

5. C'est-à-dire : Soit une série de nombres désignée par la lettre A.

6. Le texte a ici la petite interpolation explétive : $\tau\omega\nu \beta' \gamma' \delta' \beta' \gamma' \delta' \epsilon'$, c'est-à-dire des (nombres) 2, 3, 4, 2, 3, 4, 5. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. II, p. 6, l. 15).

7. Le texte a ici l'interpolation $\kappa \alpha \tau \grave{\alpha} \tau \omicron \nu \text{ Z, } \mu \epsilon \tau \rho \epsilon \iota \delta \epsilon \alpha \upsilon \tau \omicron \upsilon \varsigma$, et (4) mesure (ces nombres) suivant le nombre Z, c'est-à-dire : et soit Z le quotient de la division de la quantité $A + 2B$ par 4.

démontre que le nombre solide issu de tous les nombres de A et B est constitué d'autant de myriades dénommées par le nombre Z qu'il y a d'unités dans le nombre E, c'est-à-dire 2880 myriades triplées ⁽¹⁾ ⁽²⁾.

Mais, que la quantité de nombres dont se compose A, augmentée du double de la quantité de nombres dont se compose B, divisée par 4, laisse d'abord 1 ⁽³⁾, et Apollonius en conclut que le nombre solide issu des nombres dont se composent A et B est d'autant de myriades dénommées par le nombre Z que donne le décuple du nombre E ⁽⁴⁾.

D'autre part, si la quantité précitée ⁽⁵⁾ divisée par 4 laisse 2, le nombre solide issu des nombres dont se composent A et B est d'autant de myriades dénommées par le nombre Z que donne le centuple du nombre E ⁽⁶⁾.

Enfin, s'il reste 3 ⁽⁷⁾, le nombre solide issu des nombres est

1. Reprenons explicitement : Soit une série A de nombres plus petits que 100 et divisibles par 10, notamment : 10, 20, 30, 40, et une série B de nombres inférieurs à 1000 et divisibles par 100, notamment : 200, 300, 400, 500. Le produit des nombres fondamentaux (*πυθμένεις*) est, comme dans le texte : $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 2880$. Si, comme cela se présente dans ces deux séries, la quantité des nombres de A augmentée du double de la quantité des nombres de B, c'est-à-dire si $4 + 2 \times 4 = 12$ est divisible par 4 avec quotient $\frac{12}{4} = 3$, la démonstration d'Apollonius à laquelle Pappus fait allusion, démonstration probablement linéaire, donne 3 comme puissance de la myriade qui multiplie 2880. En sorte que le produit continu des nombres des deux séries A, B est : $10 \times 20 \times 30 \times 40 \times 200 \times 300 \times 400 \times 500 = 2880 \times 10.000^3$.

2. Cette première partie de la proposition se termine par une longue phrase interpolée par un scoliaste. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 6, ll. 23-28). Nous la traduisons ici pour mémoire : En effet, la myriade dénommée par le nombre Z, c'est-à-dire la myriade triplée, multipliée par le nombre E, c'est-à-dire par 2880, forme le nombre solide issu des nombres dont se composent A et B ; donc, le nombre solide issu des nombres dont se composent A et B est de tant de myriades dénommées par le nombre Z qu'il y a d'unités dans le nombre E.

3. C'est-à-dire : soit 1 le quotient de la division désigné par Z dans le texte.

4. C'est-à-dire que le produit continu des nombres des séries A et B sera la myriade élevée à la puissance $Z = 1$, multipliée par le décuple du nombre E, ou décuple du produit des nombres fondamentaux des nombres des séries A et B.

5. C'est-à-dire la somme de la quantité des nombres de la série A et du double de la quantité des nombres de la série B.

6. C'est-à-dire que le produit continu des nombres des séries A et B sera la myriade élevée à la puissance $Z = 2$, ou 10.000^2 , multipliée par 100 E, ou le centuple produit continu des nombres fondamentaux des nombres des séries A et B.

7. C'est-à-dire si le quotient Z de la division par 4 est 3.

d'autant de myriades dénommées par le nombre Z que donne mille fois le nombre E (1).

XVIII.

PROPOSITION 18. — Sur le théorème XIX (2). Soit un nombre A plus petit que 100 et divisible par 10, et soient d'autres nombres, tant qu'on voudra, plus petits que 10 [tels que B, Γ, Δ, E] (3), et qu'il faille exprimer le nombre solide issu des nombres A, B, Γ, Δ, E .

En effet, soit Z le nombre suivant lequel le nombre A est divisé par 10, c'est-à-dire le nombre fondamental du nombre A ; prenons le nombre solide issu des nombres Z, B, Γ, Δ, E , et que ce soit le nombre H ; je dis que le nombre solide formé par les nombres A, B, Γ, Δ, E est le décuple du nombre H .

Cela est manifeste au moyen des nombres (4); car si l'on pose par exemple que A est 20 unités, B , 3 unités, Γ , 4 unités, Δ , 5 unités et E , 6 unités, leur nombre solide est 7200 unités. Mais le nombre Z , fondamental du nombre A , étant 2 unités, le nombre solide issu de ce nombre et des nombres B, Γ, Δ, E , pris [dix fois] (5), sera 7200 unités; ce qui est égal au nombre solide des nombres A, B, Γ, Δ, E . Or, cela a été démontré linéairement par Apollonius.

XIX.

PROPOSITION 19. — Mais, soient les deux nombres A, B respectivement plus petits que 100 et divisibles par 10, tandis que chacun des nombres Γ, Δ, E est plus petit que 10, et qu'il faille exprimer le nombre solide issu de ces nombres.

1. C'est-à-dire que le produit continu des nombres des séries A et B sera la myriade à la puissance 3, ou 10.000^3 , multipliée par 1000 E , ou mille fois le produit continu des nombres fondamentaux des nombres des séries A et B .

2. Commentaire relatif à la proposition XIX de l'ouvrage perdu d'Apollonius.

3. Lacune comblée par Hultsch (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 8, l. 15).

4. C'est-à-dire en opposition avec la méthode linéaire de la proposition visée d'Apollonius.

5. Lacune comblée facilement par $\delta\epsilon\kappa\acute{\alpha}\kappa\iota\varsigma$ (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 8, l. 26).

En effet, soient Z, H les nombres fondamentaux des nombres A, B; je dis que le nombre solide issu des nombres A, B, Γ, Δ, E est le centuple du nombre solide issu des nombres Z, H, Γ, Δ, E.

Cela est aussi manifeste au moyen de nombres : A étant 20 unités, B, 30 unités, Γ, 2 unités, Δ, 3 unités, E, 4 unités, Z, 2 unités, et H, 3 unités. En effet, le nombre solide formé par les nombres A, B, Γ, Δ, E est 14.400 unités; et celui formé par les nombres Z, H, Γ, Δ, E est 144 unités, ce qui, pris cent fois, donne 14.400 unités. La démonstration au moyen de lignes se trouve parmi celles d'Apollonius.

XX.

PROPOSITION 20. — Mais, soient trois nombres A, B, Γ, et que chacun d'eux soit plus petit que 100 et divisible par 10; tandis que chacun des nombres Δ, E, Z est plus petit [que 10] ⁽¹⁾. Soient H, Θ, K les nombres fondamentaux des nombres A, B, Γ; prenons le nombre solide issu des nombres H, Θ, K, Δ, E, Z, et que ce soit le nombre Ξ; je dis que le nombre solide issu des nombres A, B, Γ, Δ, E est égal à mille fois le nombre Ξ.

La chose est manifeste au moyen de nombres : le nombre A étant par exemple 20 unités, le nombre B, 30 unités, le nombre Γ, 40 unités, [le nombre Δ, 2 unités] ⁽²⁾, le nombre E, 3 unités, le nombre Z, 4 unités; tandis que le nombre H est 2 unités, le nombre Θ, 3 unités et le nombre K, 4 unités. En effet, le nombre solide formé par les nombres A, B, Γ, Δ, E, Z est 57 myriades simples plus 6000 unités ⁽³⁾, et celui qui est formé par les nombres fondamentaux H, Θ, K et par les nombres Δ, E, Z sera 576 unités, lesquelles, prises mille fois, ce qui sera le nombre solide [issu de tous les nombres] ⁽⁴⁾, deviennent 57 myriades simples plus 6000 unités.

1. Lacune comblée par le mot δεκάδος (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 10, l. 17).

2. Lacune comblée par les mots και τοῦ Δ μονάδων β' (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 10, l. 24).

3. μυριάδων νζ' ἀπλῶν και μονάδων 5, c'est-à-dire $57 \times 10.000 + 6000 = 576000$.

4. Lacune comblée par Hultsch (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 10, l. 27).

XXI.

PROPOSITION 21. — Mais, soient des nombres A, B, Γ, Δ, E en quantité supérieure à trois ; que chacun d'eux soit plus petit que 100 et divisible par 10, et que chacun des nombres Z, H, Θ soit plus petit que 10 ⁽¹⁾.

Que la quantité des nombres $A, B, \Gamma, \Delta, E...$ soit d'abord divisible par 4 suivant le nombre O ⁽²⁾, et que les nombres $K, \Lambda, M, N, \Xi...$ soient les nombres fondamentaux des nombres $A, B, \Gamma, \Delta, E...$, je dis que le nombre solide issu des nombres $A, B, \Gamma, \Delta...$ Z, H, Θ est égal à autant de myriades dénommées par le nombre O qu'il y a d'unités dans le nombre solide issu des nombres $K, \Lambda, M, N...$ multiplié par celui qui est issu des nombres Z, H, Θ .

La chose est manifeste au moyen de nombres en supposant par exemple que le nombre A soit 10 unités, le nombre B 20 unités, le nombre Γ 30 unités et le nombre Δ 40 unités, les unités des nombres fondamentaux K, Λ, M, N étant 1, 2, 3 et 4. Dès lors, le nombre solide issu des nombres A, B, Γ, Δ est 24 myriades simples ; celui qui est issu des nombres $A, B, \Gamma, \Delta, Z, H, \Theta$ est 144 myriades simples ⁽³⁾, et celui qui est issu des nombres fondamentaux K, Λ, M, N est 24 unités ; nombre qui, multiplié par celui qui est issu des nombres Z, H, Θ , c'est-à-dire 6 unités, forme 144 unités qui sont la quantité de myriades simples du nombre solide issu des nombres $A, B, \Gamma, \Delta, Z, H, \Theta$, parce que [la quantité] ⁽⁴⁾ des nombres A, B, Γ, Δ est divisée une seule fois par 4 ⁽⁵⁾.

Mais que la quantité des nombres $A, B, \Gamma, \Delta, E...$ ne soit

1. Hultsch a supposé que cette proposition a été interpolée, à cause des nombreuses négligences qu'elle présente (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 11, en note).

2. C'est-à-dire que le nombre de termes de la série $A, B, \Gamma, \Delta, E...$ soit d'abord divisible par 4, et que le quotient soit O .

3. Pour obtenir le produit continu des nombres $A, B, \Gamma, \Delta, Z, H, \Theta$, le texte néglige de dire ici que l'on suppose $Z = 1, H = 2$ et $\Theta = 3$.

4. Lacune comblée par τὸ πλῆθος (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 12, l. 18).

5. C'est-à-dire parce que la quantité 4 des nombres A, B, Γ, Δ , divisée par 4 donne le quotient 1, puissance de la myriade dans le produit continu des nombres $A, B, \Gamma, \Delta, Z, H, \Theta$, dont les quatre premiers sont plus petits que 100. Le produit est donc : $144 \times 10.000 = 1.440.000$.

pas divisible par 4. La division laissera donc 1 ou 2 ou 3. Dès lors, si elle laisse 1, le nombre solide issu des nombres A, B, Γ, Δ, E... Z, H, Θ sera d'autant de myriades dénommées par le nombre O⁽¹⁾ que l'indique le décuple du nombre solide issu des nombres K, Λ, M, N, Ξ multiplié par celui qui est issu des nombres Z, H, Θ. Si la division laisse 2, ce sera [le nombre solide que l'on vient de dire pris]⁽²⁾ cent fois. Enfin, si la division laisse 3, il y aura autant [de myriades]⁽³⁾ dénommées par le nombre O que le nombre solide issu des nombres K, Λ, M, N, Ξ multiplié par celui qui est issu des nombres Z, H, Θ, pris mille fois, aura d'unités. La démonstration par lignes est manifeste d'après les *Éléments*⁽⁴⁾.

XXII.

PROPOSITION 22. — Que le nombre A soit plus petit que 1000 et divisible par 100 ; tandis que les nombres B, Γ, Δ sont respectivement plus petits que 10, et qu'il faille exprimer le nombre solide issu des nombres A, B, Γ, Δ.

En effet, posons que E est le nombre fondamental du nombre A, et que le nombre solide issu des nombres E, B, Γ, Δ est le nombre Z ; [je dis que]⁽⁵⁾ le nombre solide issu des nombres A, B, Γ, Δ est le centuple du nombre Z.

Cela est aussi manifeste au moyen de nombres, en supposant par exemple que le nombre A est 300 unités, le nombre B 3 unités, le nombre Γ 4 unités, et le nombre Δ 5 unités. En effet, le produit des nombres A, B, Γ, Δ est 18 myriades et le produit des nombres E, B, Γ, Δ est 180 unités ; nombre qui, pris cent fois, sera 18 myriades. La démonstration par lignes est [manifeste]⁽⁶⁾ d'après les *Éléments*.

1. C'est-à-dire autant de myriades à la puissance indiquée par le nombre O, quotient de la division par 4 du nombre de termes de la série considérée des nombres à multiplier entre eux.

2. La phrase placée entre crochets est considérée par Hultsch comme ayant été interpolée (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 12, l. 25).

3. Lacune comblée par le mot *μυριάδων* (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 14, l. 2).

4. C'est-à-dire que la démonstration linéaire de cette proposition est évidente d'après le livre des *Éléments* sur la matière composé par Apollonius.

5. Lacune comblée par le mot *ὅτι* (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 14, l. 8).

6. Lacune comblée par le mot *ὀφθαλμικόν* (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 14, l. 15).

XXIII (1).

PROPOSITION 23. — Sur le théorème XXIV (2). Si nous supposons par exemple que le nombre A est 200 unités, le nombre B 300 unités, le nombre Γ 2 unités, le nombre Δ 3 unités et le nombre E 4 unités, le nombre solide issu de ces nombres sera 144 myriades simples, puisque le double de la quantité des nombres A, B est divisé une seule fois par 4 [suivant le nombre K] (3), et que le produit des nombres fondamentaux Z, H (4) et des nombres Γ , Δ , E est 144 unités (5).

D'autre part, si le double de la quantité des nombres A, B... n'est pas divisible par 4, il est évident que s'il est divisé suivant le nombre K (6), il reste 2 ; car cela a été démontré plus haut (7). En conséquence (8), on aura 100 myriades indiquées par le nombre K, et le nombre Θ , nombre solide issu des nombres A, B, Γ , Δ , E, est [égal] (9) au [nombre solide issu des nombres Z, H, Γ , Δ , E] (10) multiplié par 100 myriades indiquées par le nombre K (11). La démonstration se fait comme chez Apollonius.

1. L'attribution de cette proposition à Pappus est douteuse, du moins dans sa forme négligée.

2. C'est-à-dire : Proposition se rapportant au théorème XXIV de l'ouvrage d'Apollonius.

3. Hultsch a considéré les mots placés entre crochets comme une interpolation. (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 14, l. 21). Ce nombre K est le quotient de la division par 4 du double de la quantité 2 des nombres A, B, c'est-à-dire que $K = 1$.

4. C'est-à-dire les nombres fondamentaux de A et B qui sont donc $Z = 2$ et $H = 3$.

5. Le texte présente ici une phrase interpolée par un commentateur : $\delta \Theta$ στερεός. ἀπλῶν οὖν μυριάδων ἑκατὸν ἑξήκοντα ἑξ τῶν A, B, Γ , Δ , E, στερεός. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 14, ll. 22-23). Si l'on rattache cette phrase aux derniers mots du texte « est 144 unités » cette interpolation signifie : (lesquelles unités sont) le nombre solide Θ . Donc, le (nombre) solide issu des (nombres) A, B, Γ , Δ , E est 144 myriades simples.

6. C'est-à-dire suivant le quotient de la division par 4, quotient désigné probablement par la lettre K dans la démonstration linéaire du théorème d'Apollonius.

7. Voir proposition 15.

8. Le texte présente ici l'interpolation superflue : ἐκ τοῦ λείπεσθαι δύο. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 14, l. 27).

9. ἴσος, restauration due à Hultsch. (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 14, l. 28).

10. ἐκ τῶν ZH Γ Δ E στερεῶν, restauration due à Hultsch (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 16, l. 1).

11. C'est-à-dire : $100 \times \overline{10.000}^k$.

XXIV.

PROPOSITION 24. — Sur le théorème XXV ⁽¹⁾. Que chacun des nombres A , B , soit plus petit que 100 et divisible par 10 ; que chacun des nombres Γ , Δ , E soit plus petit que 10, et qu'il faille exprimer le nombre solide issu de ces nombres.

En effet, que les nombres Θ , K soient les nombres fondamentaux des nombres A , B , et que le nombre Λ soit égal au nombre solide issu des nombres Θ , K , Γ , Δ , E ; je dis que le nombre solide issu des nombres A , B , Γ , Δ , E est égal à cent nombres Λ .

Or, la chose est manifeste au moyen de nombres si le nombre A est 20 unités, le nombre B 20 unités, le nombre Γ 5 unités, le nombre Δ 6 unités, le nombre E 7 unités, et si les nombres fondamentaux Θ , K sont 2 unités. En effet, le nombre solide des nombres Θ , K , Γ , Δ , E devient 840 unités ; nombre qui, pris cent fois, sera 8 myriades 4000 unités, ce qui est égal au nombre solide issu des nombres A , B , Γ , Δ , E .

XXV.

PROPOSITION 25. — Le théorème le plus important XXVI ⁽²⁾ comporte la proposition et la démonstration suivantes : Soient deux nombres ou plus, A , B ..., respectivement plus petits que 1000 et divisibles par 100, et d'autres nombres, tant qu'on voudra Γ , Δ , E ..., respectivement plus petits que 100 et divisibles par 10, et, enfin, d'autres nombres, tant qu'on voudra, Z , H , Θ ..., respectivement plus petits que 10, et qu'il faille exprimer le nombre solide issu des nombres A , B ... Γ , Δ , E ... Z , H , Θ .

En effet, soient Λ , M ... N , Ξ , Θ les nombres fondamentaux des nombres A , B ... Γ , Δ , E . Dès lors, le double [de la quantité] ⁽³⁾ des nombres A , B ..., conjointement avec le nombre simple des nombres Γ , Δ , E ... est ou n'est pas divisible par 4.

Qu'il soit d'abord divisible par 4 suivant le nombre K ⁽⁴⁾, et

1. Proposition relative au théorème XXV de l'ouvrage d'Apollonius.

2. C'est-à-dire le théorème XXVI de l'ouvrage d'Apollonius.

3. Lacune comblée par τοῦ πλῆθους (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 16, l. 26).

4. C'est-à-dire le quotient K .

substituons les centaines Π , $P...$ aux nombres A , $B...$ et les dizaines Σ , T , $\Upsilon...$ aux nombres Γ , Δ , $E...$ (1). Dès lors, il est clair que le nombre issu des nombres Π , $P...$ Σ , T , $\Upsilon...$, multiplié par celui qui est issu des nombres Λ , $M...$ N , Ξ , $O...$, [est égal] (2) au [nombre solide issu des nombres A , $B...$ Γ , Δ , $E...$] (3). Prenons donc le nombre solide issu des nombres $\Lambda M...$ $N \Xi O...$ $Z H \Theta...$, et que ce soit le nombre Φ ; je dis que le nombre solide issu des nombres A , $B...$ $\Gamma \Delta E...$ $Z H \Theta...$ comporte autant de myriades indiquées par le nombre K (4) qu'il y a d'unités dans le nombre Φ . Apollonius a d'ailleurs démontré cela d'une manière linéaire.

Mais, si le double de la quantité des nombres A , $B...$, conjointement avec la quantité des nombres Γ , Δ , $E...$, n'est pas divisible par 4, il s'ensuit que, divisé suivant le nombre K , il restera 1, 2 ou 3 (5). Dès lors, s'il reste 1, le nombre solide issu des nombres $\Pi P...$ $\Sigma T \Upsilon...$ comportera 10 myriades indiquées par le nombre K ; s'il reste 2, il comportera 100 myriades indiquées par le nombre K , et s'il reste 3, il comportera 1000 myriades indiquées par le nombre K . Et il est évident, d'après les démonstrations par les lignes (6), que le nombre solide issu des nombres A , $B...$ $\Gamma \Delta E...$ $Z H \Theta...$ comporte autant de myriades dénommées par le nombre K que l'indique le décuple du nombre Φ (7), ou autant de myriades dénommées par le nombre K que l'indique le centuple du nombre Φ (8), ou autant de myriades dénommées

1. Le texte présente ici l'interpolation (cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 18, l. 3): καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα τοῦ πλήθους τῶν ΠΡ μετὰ τοῦ πλήθους τῶν ΣΤΥ μετρεῖται ὑπὸ τετραδὸς κατὰ τὸν Κ. C'est-à-dire : Donc, le double de la quantité des (nombres) ΠP , augmenté de la quantité des (nombres) $\Sigma T \Upsilon$, est divisible par 4 suivant le (nombre) K .

2. Lacune comblée par Hultsch au moyen des mots ἴσος ἐστὶ. (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 18, l. 6).

3. Lacune comblée au moyen des mots ἐκ τῶν ΑΒΓΔΕ στερεῶν par Joh. Wallis dans la première édition qu'il donna du fragment du livre II dans son ouvrage édité à Oxford, en 1688, sous le titre que nous avons mentionné dans notre introduction. Restauration adoptée dans l'édition critique de HULTSCH, vol. I, p. 18, ll. 6-7.

4. C'est-à-dire à la puissance K .

5. C'est-à-dire que la division par 4 aura K comme quotient et 1, 2 ou 3 comme reste.

6. Les démonstrations linéaires d'Apollonius.

7. C'est-à-dire que dans le cas où le reste de la division est 1 on aura : $10.000^K \times 10 \Phi$.

8. Dans le cas où le reste de la division est 2 on aura : $10.000^K \times 100 \Phi$.

par le nombre K que l'indique mille fois le nombre Φ ⁽¹⁾.

PROPOSITION 26. — Ce dernier théorème étant considéré au préalable, on voit clairement comment on peut multiplier un vers donné et exprimer le nombre obtenu en multipliant le premier nombre affecté à la première lettre par le second nombre affecté à la seconde lettre; en multipliant le nombre obtenu par le troisième nombre affecté à la troisième lettre, et en continuant ainsi de suite jusqu'à ce que l'on ait parcouru le vers qu'Apollonius énonce originairement ainsi ⁽²⁾ :

Ἀρτέμιδος κλειτε κράτος ἔξοχον ἐννέα κοῦραι ⁽³⁾. (Il a dit d'ailleurs κλειτε au lieu de ὑπομνήσατε) ⁽⁴⁾. Dès lors, puisque le vers possède trente-huit lettres qui renferment les dix nombres : 100, 300, 200, 300, 100, 300, 200, 600, 400 et 100 ⁽⁵⁾, respectivement inférieurs à un millier et divisibles par une centaine, ainsi que les dix-sept nombres : 40, 10, 70, 20, 30, 10, 20, 70, 60, 70, 70, 50, 50, 50, 20, 70 et 10 ⁽⁶⁾, respectivement inférieurs à une centaine et divisibles par une dizaine, et les nombres restants [groupe des unités] ⁽⁷⁾ : 1, 5, 4, 5, 5, 1, 5, 5, 5, 1 et 1 ⁽⁸⁾, respectivement inférieurs à une dizaine, il s'ensuit que, si ⁽⁹⁾ l'on sub-

1. Dans le cas où le reste de la division est 3 on aura : $\overline{10.000^3} \times 1000 \Phi$.

2. Le texte présente ici les mots κατὰ τὸν στίχον (d'après le vers). Hultsch les met entre crochets (*loc. cit.*, vol. I, p. 18, l. 31) pour marquer, sinon leur interpolation, du moins leur altération, et propose de les remplacer par κατὰ τὸ στοιχείον (dans les *Éléments*).

3. C'est-à-dire : Célébrez, ô vous les neuf Muses, la puissance suprême d'Arthémis.

4. C'est-à-dire qu'Apollonius aurait substitué le verbe « célébrer » au verbe originaire du vers « remettre en mémoire », probablement dans le but de pouvoir faire mieux correspondre le vers à son problème.

5. Ces dix lettres considérées dans leur représentation numérique sont : $\rho' = 100$, $\tau' = 300$, $\sigma' = 200$, $\tau' = 300$, $\rho' = 100$, $\tau' = 300$, $\sigma' = 200$, $\chi' = 600$, $\nu' = 400$ et $\rho' = 100$.

6. Les dix-sept lettres du vers numériquement représentées par des nombres inférieurs à 100 sont : $\mu' = 40$, $\iota' = 10$, $\sigma' = 70$, $\kappa' = 20$, $\lambda' = 30$, $\iota' = 10$, $\kappa' = 20$, $\sigma' = 70$, $\xi' = 60$, $\sigma' = 70$, $\sigma' = 70$, $\nu' = 50$, $\nu' = 50$, $\nu' = 50$, $\kappa' = 20$, $\sigma' = 70$, $\iota' = 10$.

7. Le texte présente ici la petite interpolation συν ταῖς μονάσιν. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 20, l. 8).

8. Le vers contient encore onze lettres numériquement représentées par des nombres inférieurs à 10 : $\alpha' = 1$, $\epsilon' = 5$, $\delta' = 4$, $\epsilon' = 5$, $\epsilon' = 5$, $\alpha' = 1$, $\epsilon' = 5$, $\epsilon' = 5$, $\alpha' = 1$, $\alpha' = 1$.

9. L'édition critique de Hultsch abandonne ici la phrase interpolée : τοὺς δέκα ἀριθμούς διπλασιάσωμεν καὶ τοὺς γενομένους κ' προσθῶμεν τοῖς εἰρημένους ἀπλῶς

stitue aux dix nombres ces mêmes dix nombres rangés dans l'ordre des centaines, et si l'on substitue de la même manière les dix-sept dizaines aux dix-sept nombres (1), il est clair que, d'après le théorème de logistique XII qui précède (2), les dix centaines, conjointement avec les dix-sept dizaines, forment dix myriades ennuplées (3); [car, les dix centaines prises deux fois, c'est-à-dire vingt centaines, auxquelles on ajoute les dix-sept dizaines, donnent trente-sept nombres qui sont des analogues (4). Or, ces trente-sept nombres, divisés par 4, donnent 9 comme résultat de la division, et il reste 1; en sorte qu'on a dix myriades ennuplées résultant des dix centaines et des 17 dizaines] (5).

D'autre part, puisque les nombres fondamentaux des nombres divisibles par 100 et des nombres divisibles par 10 sont les vingt-sept suivants :

1, 3, 2, 3, 1, 3, 2, 6, 4, 1;

4, 1, 7, 2, 3, 1, 2, 7, 6, 7, 7, 5, 5, 5, 2, 7, 1;

mais, qu'il y a onze nombres inférieurs à une dizaine, c'est-à-dire les nombres : 1, 5, 4, 5, 5, 1, 5, 5, 5, 1, 1, si l'on multiplie entre eux le nombre solide issu de ces onze nombres et celui qui est issu de ces vingt-sept nombres, on aura le nombre solide : 19 myriades quadruplées plus 6036 myriades triplées plus 8480 myriades doublées (6).

[Cependant, on obtiendra aussi un nombre égal à ce dernier au moyen des nombres fondamentaux (7) du vers : Ἀρτέμιδος

ἀριθμοῖς ἑπτακαίδεκα, τὰ γενόμενα ὁμοῦ λζ' ἔξομεν τῶν ὑπ' αὐτοῦ γενομένων ἀναλόγων, κἀν.. (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 20, ll. 10-13).

1. C'est-à-dire si nous rangeons de même les dix-sept nombres dont il a été question plus haut dans l'ordre des dizaines.

2. Ce théorème XII de logistique, c'est-à-dire relatif au calcul de nombres concrets, appartient à la partie perdue du livre II.

3. C'est-à-dire 10×10.000^9 .

4. ἀναλόγων ὄντα. Ces nombres ayant été rangés dans l'ordre des centaines et des dizaines, Pappus les appelle analogues, c'est-à-dire en proportion, dans le sens adopté par Archimède dans son *Arénaire*. Voir : *Œuvres complètes d'Archimède, traduites du grec en français, avec une introduction et des notes, par Paul Ver Eecke*, Bruxelles, 1921, gr. in-8°, p. 366.

5. La phrase mise entre crochets est considérée par Hultsch comme interpolée par un commentateur. (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 20, ll. 18-22).

6. C'est-à-dire : $19 \times 10.000^4 + 6036 \times 10.000^3 + 8480 \times 10.000^2$.

7. Hultsch ajoute ici les mots nécessaires : ἅμα ταῖς μονάσιν (conjointement avec les unités). Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 22, l. 8.

κλειτε κράτος ἔξοχον ἐννέα κοῖραι, qui sont : 1, 1, 3, 5, 4, 1, 4, 7, 2, 2, 3, 5, 1, 3, 5, 2, 1, 1, 3, 7, 2, 5, 6, 7, 6, 7, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 2, 7, 4, 1, 1, 1 (1).

En effet, 1 multiplié par 1 devient 1, qui, multiplié par 3 devient 3 ; ce qui, multiplié par 5, devient 15 ; ce qui, multiplié par 4, devient 60 ; ce qui, multiplié par 1, devient 60 ; ce qui, multiplié par 4, devient 240 ; ce qui, multiplié par 7, devient 1680 ; ce qui, multiplié par 2, devient 3360 ; ce qui, multiplié par 2, devient 6720 ; ce qui, multiplié par 3, devient 2 myriades plus 160 unités (2) ; ce qui, multiplié par 5, devient 10 myriades plus 800 unités (3) ; ce qui, multiplié par 1, devient 10 myriades plus 800 unités ; ce qui, multiplié par 3, devient 30 myriades plus 2400 unités (4) ; ce qui, multiplié par 5, devient 151 myriades plus 2000 unités (5) ; ce qui, multiplié par 2, devient 302 myriades plus 4000 unités (6) ; ce qui, multiplié par 1, devient 302 myriades plus 4000 unités ; ce qui, multiplié encore par 1, devient 302 myriades plus 4000 unités ; ce qui, multiplié par 3, devient 907 myriades plus 2000 unités (7) ; ce qui, multiplié par 7, devient 6350 myriades plus 4000 unités (8) ; ce qui, multiplié par 2, devient 1 myriade doublée plus 2700 myriades plus 8000 unités (9) ; ce qui, multiplié par 5, devient 6 myriades doublées plus 3504 myriades (10) ; ce qui, multiplié par 6, devient 38 myriades doublées plus 1024 myriades (11) ; ce qui, multiplié par 7, devient 266 myriades doublées plus 7168 myriades (12) ; ce qui, multiplié par 6, devient 1600 myriades doublées plus 3008 myriades (13) ;

1. Cette suite de nombres comprend donc, outre les unités, les nombres fondamentaux des centaines et des dizaines qui répondent aux lettres dont se compose le vers grec.

2. $2 \times 10.000 + 160 = 20160.$

3. $10 \times 10.000 + 800 = 100.800.$

4. $30 \times 10.000 + 2400 = 302.400.$

5. $151 \times 10.000 + 2000 = 1.151.200.$

6. $302 \times 10.000 + 4000 = 3.024.000.$

7. $907 \times 10.000 + 2000 = 9.072.000.$

8. $6350 \times 10.000 + 4000 = 63.504.000.$

9. γίνεται μβ α' καὶ μα βψ' καὶ μο, η c'est-à-dire: devient $10.000^2 + 2700 \times 10.000 + 8000 = 127.008.000.$

10. $6 \times 10.000^2 + 3504 \times 10.000 = 635.040.000.$

11. $38 \times 10.000^2 + 1024 \times 10.000 = 3.810.240.000.$

12. $266 \times 10.000^2 + 7168 \times 10.000 = 26.671.680.000.$

13. $1600 \times 10.000^2 + 3008 \times 10.000 = 160.030.080.000.$

ce qui, multiplié par 7, devient 1 myriade triplée plus 1202 myriades doublées plus 1056 myriades ⁽¹⁾; ce qui, multiplié par 5, devient 5 myriades triplées plus 6010 myriades doublées plus 5280 myriades ⁽²⁾; ce qui, multiplié par 5, devient 28 myriades triplées plus 52 myriades doublées plus 6400 myriades ⁽³⁾; ce qui, multiplié par 5, devient 140 myriades triplées plus 263 myriades doublées plus 2000 myriades ⁽⁴⁾; ce qui, multiplié par 5, devient 700 myriades triplées plus 1316 myriades doublées ⁽⁵⁾; ce qui, multiplié par 5, devient 3500 myriades triplées plus 6580 myriades doublées ⁽⁶⁾; ce qui, multiplié par 1, devient 3500 myriades triplées plus 6580 myriades doublées; ce qui, multiplié par 2, devient 7001 myriades triplées plus 3160 myriades doublées ⁽⁷⁾; ce qui, multiplié par 7, devient 4 myriades quadruplées plus 9009 myriades triplées plus 2120 myriades doublées ⁽⁸⁾; ce qui, multiplié par 4, devient 19 myriades quadruplées plus 6036 myriades triplées plus 8480 myriades doublées ⁽⁹⁾ ⁽¹⁰⁾.

Dès lors, ce nombre étant multiplié par le nombre solide issu des centaines et des dizaines, c'est-à-dire les 10 myriades [ennuplées] ⁽¹¹⁾, établies plus haut, il forme 196 myriades trédécuplées plus 368 myriades dodécuplées plus 4800 myriades undécuplées ⁽¹²⁾. [En effet, la myriade ennuplée multipliée par la myriade quadruplée forme la myriade trédécuplée, et, multipliée par la myriade

1. γίνεται μγ α' και μβ ,ασβ' και μα ,ανσ', c'est-à-dire: devient $\overline{10.000^3} + 1202 \times \overline{10.000^2} + 1056 \times \overline{10.000} = 1.120.210.560.000$.

2. $5 \times \overline{10.000^3} + 6010 \times \overline{10.000^2} + 5280 \times \overline{10.000} = 5.601.052.800.000$.

3. $28 \times \overline{10.000^3} + 52 \times \overline{10.000^2} + 6400 \times \overline{10.000} = 28.005.264.000.000$.

4. $140 \times \overline{10.000^3} + 263 \times \overline{10.000^2} + 2000 \times \overline{10.000} = 140.026.320.000.000$.

5. $700 \times \overline{10.000^3} + 1316 \times \overline{10.000^2} = 700.131.600.000.000$.

6. $3500 \times \overline{10.000^3} + 6580 \times \overline{10.000^2} = 3.500.658.000.000.000$.

7. $7001 \times \overline{10.000^3} + 3160 \times \overline{10.000^2} = 7.001.316.000.000.000$.

8. γίνεται μδ δ' και μγ ,θθ' και μβ ,βρκ', c'est-à-dire: devient $4 \times \overline{10.000^4} + 9009 \times \overline{10.000^3} + 2120 \times \overline{10.000^2} = 49.009.212.000.000.000$.

9. $19 \times \overline{10.000^4} + 6036 \times \overline{10.000^3} + 8480 \times \overline{10.000^2} = 196.036.848.000.000.000$, nombre identique à celui qui a été trouvé par la méthode abrégée précédente.

10. Le long passage que nous avons placé entre crochets est une interpolation due à un scoliaste grec ayant voulu vérifier tout au long le calcul abrégé de Pappus. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, pp. 22-24).

11. Lacune que Hultsch a comblée par le mot *ένναπλᾶς*. (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 24, l. 19).

12. Ποιοῦσιν μυριάδας τρισκαιδεκαπλᾶς ρσς', δωδεκαπλᾶς τξη', ένδεκαπλᾶς ,δω', c'est-à-dire: $196 \times \overline{10.000^{13}} + 368 \times \overline{10.000^{12}} + 4800 \times \overline{10.000^{11}}$, nombre obtenu en multipliant celui de la note antépénultième par $10 \times \overline{10.000^9}$.

triplée, elle forme la myriade dodécuplée, et, de même, multipliée par la myriade doublée, on obtient la myriade undécuplée] (1). Toutes ces choses ont d'ailleurs été démontrées plus haut.

En conséquence, on peut dire que le vers du début : *Ἀρτέμιδος κλείτε κράτος ἔξοχον ἐννέα κοῦραι* donne, par multiplications répétées, la quantité de 196 myriades trédécuplées plus 368 myriades dodécuplées plus 4800 myriades undécuplées ; ce qui concorde avec les choses qu'Apollonius expose d'abord suivant sa méthode au commencement de son livre.

Soit donné de nouveau le vers suivant : *Μῆνιν ἀειδε θεὰ Δημήτερος ἀγλαοκάρπου* ; prenons les nombres analogues (2) et les nombres fondamentaux (3), conjointement avec les unités, de la manière dont ils sont disposés ci-après : 4, 8, 5, 1, 5, 1, 5, 1, 4, 5, 9, 5, 1, 4, 8, 4, 8, 3, 5, 1, 7, 2, 1, 3, 3, 1, 7, 2, 1, 1, 8, 7, 4. (4) et multiplions ces nombres entre eux. Ils donnent 2 myriades quadruplées plus 1849 myriades triplées plus 4402 myriades doublées plus 5600 myriades simples (5).

En effet, 4 unités multipliées par 8 deviennent 32 ; ce qui, multiplié par 5, devient 160 ; ce qui, multiplié par 1, devient 160 ; ce qui, multiplié par 5, devient 800 ; ce qui, multiplié par 1, devient 800 ; ce qui, multiplié par 5, devient 4000 ; ce qui, multiplié par 1, devient 4000 ; ce qui, multiplié par 4, devient 1 myriade plus 6000 unités ; ce qui, multiplié par 5, devient 8 myriades ; ce qui, multiplié par 9, devient 72 myriades ; ce qui, multiplié

1. Le passage placé entre crochets est un petit commentaire interpolé (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 24, ll. 20-23). Ce commentaire explique inutilement que l'on a : $10.000^9 \times 10.000^4 = 10.000^{13}$; $10.000^9 \times 10.000^3 = 10.000^{12}$, et $10.000^9 \times 10.000^2 = 10.000^{11}$.

2. C'est-à-dire, prenons, comme précédemment pour le vers d'Apollonius, les lettres qui représentent les nombres analogues, ou en proportion, plus petits que 1000 et divisibles par 100, et ceux qui sont plus petits que 100 et divisibles par 10.

3. C'est-à-dire prenons le premier chiffre des centaines et des dizaines.

4. Cette suite de nombres comprend les nombres fondamentaux des centaines, puis les nombres fondamentaux des dizaines, puis les unités. Ils correspondent aux lettres suivantes accentuées dans la numération alphabétique grecque : $\delta' = 4$; $\eta' = 8$; $\epsilon' = 5$; $\alpha' = 1$; $\epsilon' = 5$; $\alpha' = 1$; $\epsilon' = 5$; $\alpha' = 1$; $\delta' = 4$; $\epsilon' = 5$; $\theta' = 9$; $\epsilon' = 5$; $\alpha' = 1$; $\delta' = 4$; $\eta' = 8$; $\delta' = 4$; $\eta' = 8$; $\gamma' = 3$; $\epsilon' = 5$; $\alpha' = 1$; $\zeta' = 7$; $\beta' = 2$; $\alpha' = 1$; $\gamma' = 3$; $\gamma' = 3$; $\alpha' = 1$; $\zeta' = 7$; $\beta' = 2$; $\alpha' = 1$; $\alpha' = 1$; $\eta' = 8$; $\zeta' = 7$; $\delta' = 4$.

5. Le produit des lettres représentatives des nombres sera donc : $2 \times 10.000^4 + 1849 \times 10.000^3 + 4402 \times 10.000^2 + 5600 \times 10.000$.

par 5, devient 360 myriades ; ce qui, multiplié par 1, devient 360 myriades ; ce qui, multiplié par 4, devient 1440 myriades ; ce qui, multiplié par 8, devient 1 myriade doublée plus 1520 myriades ⁽¹⁾ ; ce qui, multiplié par 4, devient 4 myriades doublées plus 6080 myriades ⁽²⁾ ; ce qui, multiplié par 8, devient 36 myriades doublées plus 8640 myriades ⁽³⁾ ; ce qui, multiplié par 3, devient 110 myriades doublées plus 5920 myriades ⁽⁴⁾ ; ce qui, multiplié par 5, devient 552 myriades doublées plus 9600 myriades ⁽⁵⁾ ; ce qui, multiplié par 1, devient 552 myriades doublées plus 9600 myriades ; ce qui, multiplié par 7, devient 3870 myriades doublées plus 7200 myriades ⁽⁶⁾ ; ce qui, multiplié par 2, devient 7741 myriades doublées plus 4400 myriades ⁽⁷⁾ ; ce qui, multiplié par 1, devient 7741 myriades doublées plus 4400 myriades ; ce qui, multiplié par 3, devient 2 myriades triplées plus 3224 myriades doublées plus 3200 myriades ⁽⁸⁾ ; ce qui, multiplié par 3, devient 6 myriades triplées plus 9672 myriades doublées plus 9600 myriades ⁽⁹⁾ ; ce qui, multiplié par 1, devient 6 myriades triplées plus 9672 myriades doublées plus 9600 myriades ; ce qui, multiplié par 7, devient 48 myriades triplées plus 7710 myriades doublées plus 7200 myriades ⁽¹⁰⁾ ; ce qui, multiplié par 2, devient 97 myriades triplées plus 5421 myriades doublées plus 4400 myriades ⁽¹¹⁾ ; ce qui, multiplié par 1 et encore par 1, devient 97 myriades triplées plus 5421 myriades doublées plus 4400 myriades ; ce qui, multiplié par 8, devient 780 myriades triplées plus 3371 myriades doublées plus 5200 myriades ⁽¹²⁾ ; ce qui, multiplié par 7, devient 5462 myriades triplées plus 3600 myriades doublées plus 6400 myriades ⁽¹³⁾ ; ce qui, multiplié par 4, devient

$$1. \overline{10.000^2} + 1520 \times 10.000 = 115.200.000.$$

$$2. 4 \times \overline{10.000^2} + 6080 \times 10.000 = 460.800.000.$$

$$3. 36 \times \overline{10.000^2} + 8640 \times 10.000 = 3.686.400.000.$$

$$4. 110 \times \overline{10.000^2} + 5920 \times 10.000 = 11.059.200.000.$$

$$5. 552 \times \overline{10.000^2} + 9600 \times 10.000 = 55.296.000.000.$$

$$6. 3870 \times \overline{10.000^2} + 7200 \times 10.000 = 387.072.000.000.$$

$$7. 7741 \times \overline{10.000^2} + 4400 \times 10.000 = 774.144.000.000.$$

$$8. 2 \times \overline{10.000^2} + 3224 \times \overline{10.000^2} + 3200 + 10.000 = 2.322.432.000.000.$$

$$9. 6 \times \overline{10.000^2} + 9672 \times \overline{10.000^2} + 9600 \times 10.000 = 6.967.296.000.000.$$

$$10. 48 \times \overline{10.000^2} + 7710 \times \overline{10.000^2} + 7200 \times 10.000 = 48.771.072.000.000.$$

$$11. 97 \times \overline{10.000^2} + 5421 \times \overline{10.000^2} + 4400 \times 10.000 = 97.542.144.000.000.$$

$$12. 780 \times \overline{10.000^2} + 3371 \times \overline{10.000^2} + 5200 \times 10.000 = 780.337.152.000.000.$$

$$13. 5462 \times \overline{10.000^2} + 3600 \times \overline{10.000^2} + 6400 \times 10.000 = 5.462.360.064.000.000.$$

2 myriades quadruplées plus 1849 myriades triplées plus 4402 myriades doublées plus 5600 myriades simples ⁽¹⁾.

Divisons donc les vingt-deux nombres analogues ⁽²⁾ par 4 [il reste 2 unités] ⁽³⁾, et faisons croître ⁽⁴⁾ autant de fois qu'il y a d'unités obtenues ⁽⁵⁾ le nombre mis en évidence ⁽⁶⁾ par les unités et les nombres fondamentaux qui ont été multipliés (nous voulons dire faire croître autant de fois relativement à la myriade), de sorte que la première obtention de 2 [myriades] ⁽⁷⁾ quadruplées plus 1849 myriades triplées plus 4402 myriades doublées plus 5600 myriades simples devient maintenant 2 myriades ennuplées plus 1849 myriades octuplées plus 4402 myriades septuplées plus 5600 myriades sextuplées ⁽⁸⁾.

Or, comme il est resté 2 de la division des nombres analogues ⁽⁹⁾, la quantité dont nous multiplierons le nombre que nous venons d'exprimer sera une centaine ⁽¹⁰⁾; de sorte que le nombre sera 218 myriades ennuplées plus 4944 myriades octuplées plus 256 myriades septuplées ⁽¹¹⁾.

Il est donc permis de dire que le vers du début : *Μῆνιν αἶειδε θεὰ Δημήτερος ἀγλαοκάρπου* donne par multiplications répétées ⁽¹²⁾ la quantité de 218 myriades ennuplées plus 4944 myriades octuplées plus 256 myriades septuplées.

1. $2 \times 10.000^4 + 1849 \times 10.000^3 + 4402 \times 10.000^2 + 5600 \times 10.000 = 21.849.440.256.000.000.$

2. C'est-à-dire les vingt-deux premiers nombres de la suite considérée, lesquels représentent les nombres fondamentaux des centaines et des dizaines.

3. Mots probablement interpolés. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, vol. I, p. 28, l. 14).

4. *αὐξήσομεν* a ici la signification de faire croître en puissance indiquée par le quotient de la division, et non pas de multiplier par ce quotient.

5. Le texte présente ici la petite interpolation explicative: *μέτρῳ εἰς 4*. (Cfr. HULTSCH, *loc. cit.*, p. 28, l. 14). C'est-à-dire que le quotient de la division est 5.

6. *τὸν ἐκβάντα... ἀριθμόν*, le nombre exposé, mis en évidence, c'est-à-dire la myriade qui est le coefficient des produits des nombres de base et des unités.

7. Lacune comblée dans l'édition de Hultsch par le mot *μυριάδων*. (Cfr. *loc. cit.*, vol. I, p. 28, l. 18).

8. On a donc : $[2 \times 10.000^4 + 1849 \times 10.000^3 + 4402 \times 10.000^2 + 5600 \times 10.000] \times 10.000^5 = 2 \times 10.000^9 + 1849 \times 10.000^8 + 4402 \times 10.000^7 + 5600 \times 10.000^6.$

9. C'est-à-dire que le reste de la division par 4 des vingt-deux premiers nombres analogues des centaines et des dizaines est 2.

10. Voir la proposition 21, alinéa 4.

11. On a donc : $[2 \times 10.000^9 + 1849 \times 10.000^8 + 4402 \times 10.000^7 + 560 \times 10.000^6] \times 100 = 218 \times 10.000^9 + 4944 \times 10.000^8 + 256 \times 10.000^7.$

12. *πολλαπλασιασθέντα*, c'est-à-dire par produit continu des caractères représentatifs de nombres du vers proposé.